PENGENALAN
SINYAL-SINYAL DASAR

Pengantar

- Sinyal dasar adalah sinyal yang dapat digunakan untuk menyusun atau merepresentasikan sinyal-sinyal yang lain.
- Ada beberapa sinyal dasar/elementer yang sering digunakan dalam praktek, dengan merepresentasikan suatu sinyal dalam bentuk sinyal elementer, pemahaman tentang sifat-sifat sinyal dan sistem menjadi lebih mudah.
- Beberapa diantara sinyal-sinyal dasar tersebut memiliki karakteristik yang menjadikan penyelesaian persoalan teknik atau rekayasa menjadi lebih mudah.
- Pada pokok bahasan ini akan bahas macam-macam sinyal dasar baik sinyal waktu kontinyu maupun sinyal waktu diskrit.

Sinyal-Sinyal Dasar

Sinyal dasar secara garis besar dapat dikelompokkan menjadi 2 macam , yaitu

a. sinyal dasar waktu kontinyu
b. sinyal dasar waktu diskrit.

Sinyal Waktu Kontinyu dan Sinyal Waktu Diskrit

- Sinyal Waktu kontinyu merupakan argument real fungsi real
  - $x(t)$ dimana t dapat bernilai real sembarang
  - $x(t)$ mungkin bernilai 0 untuk range nilai t tertentu yang diberikan
- Sinyal Waktu Diskrit merupakan fungsi dari argument yang hanya bernilai pada bagian diskrit dari waktu
  - $x[n]$ dimana $n \in \{...-3,-2,-1,0,1,2,3...\}$
- Nilai x bisa real ataupun complex

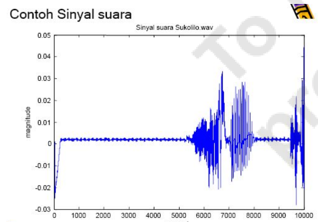
Sinyal Waktu Kontinyu

sinyal waktu-kontinyu atau sinyal analog:
ketika memiliki nilai real pada keseluruhan rentang waktu t yang ditempatinya

didefinisikan dengan persamaan matematis

$$f(t) \in (-\infty, \infty) \quad (1\text{-}1)$$

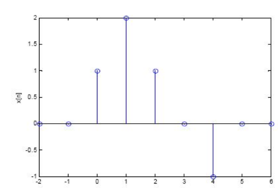
Contoh Sinyal suara



Sinyal Waktu Diskrit

Pada kasus sinyal diskrit x[t]
t disebut sebagai variabel waktu diskrit (*discrete time variable*) jika t hanya menempati nilai-nilai diskrit $t = t_n$ untuk beberapa rentang nilai integer pada n.
Sebagai contoh t dapat menempati suatu nilai integer 0,1,2,3,…;
dalam hal ini $t = t_n = n$ untuk suatu nilai $n = 0,1,2,3,\ldots$

Berikut ini digambarkan sebuah sinyal diskrit yang memiliki nilai x[0] = 1, x[1] = 2, x[2] = 1, x[3] = 0, dan x[4] = -1.
Sementara nilai untuk x[n] yang lain adalah nol

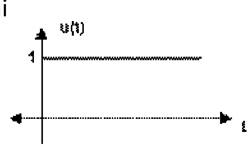


A. Sinyal Dasar Waktu Kontinyu.

A1. Sinyal/Fungsi Tangga Satuan.

- Fungsi tangga satuan waktu kontinyu didefinisikan sebagai

$$u(t) = \begin{cases} 1 & , \ t > 0 \\ 0 & , \ t < 0 \end{cases}$$



Gambar SSD 1
Fungsi Tangga Satuan

7

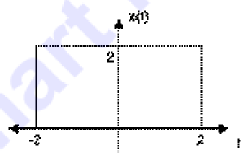
- Sinyal Fungsi tangga merupakan sinyal yang penting untuk mempelajari sinyal secara analitik dan juga banyak dipakai dalam praktek.
- Perhatikan bahwa sinyal tangga satuan merupakan sinyal waktu kontinyu untuk semua t kecuali pada t=0, dimana fungsinya tidak kontinyu.
- Contoh dari fungsi tangga satuan adalah output dari sumber tegangan dc 1-V yang dirangkai seri dengan saklar yang di-on-kan saat *t*=0.

8

Contoh :

1. Fungsi pulsa persegi Gambar SSD-2 dapat dinyatakan dalam bentuk fungsi tangga :

$$x(t) = 2rect(t/2) \\ -2[u(t+1) - u(t-1)]$$



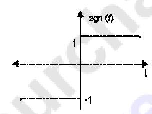
Gambar SSD-2
Sinyal Pulsa Persegi

9

2. fungsi signum, yang ditunjukkan pada Gambar SSD-3.

- Fungsi signum satuan didefinisikan sebagai

$$\operatorname{sgn} t = \begin{cases} 1, & t > 0 \\ 0, & t = 0 \\ -1, & t < 0 \end{cases}$$



Gambar SSD-3
Fungsi Signum

- Fungsi signum dapat dinyatakan dalam bentuk fungsi tangga satuan

$$\operatorname{sgn} t = -1 + 2u(t)$$

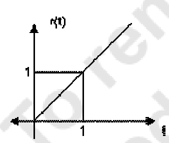
- Fungsi signum merupakan salah satu fungsi yang banyak digunakan dalam teori komunikasi dan teori kontrol.

10

A2. Sinyal/Fungsi Ramp Satuan.

- Fungsi ramp (pada gambar SSD-4) didefinisikan sebagai

$$r(t) = \begin{cases} t & , \ t \geq 0 \\ 0 & , \ t < 0 \end{cases}$$



Gambar SSD-4
Fungsi Ramp Satuan

- Fungsi ramp dapat diperoleh dari integrasi fungsi tangga satuan

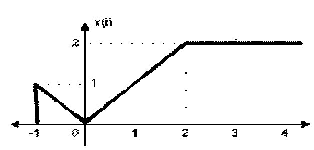
$$\int_{-\infty}^{t} u(\tau)d\tau = r(t)$$

11

Contoh :

- Sinyal berikut [Gambar SSD-5] dapat dinyatakan dalam bentuk fungsi tangga dan ramp satuan sebagai berikut :

$$x(t) = r(-t) - r(-t-1) - u(-t-1) + r(t) - r(t-2)$$



Gambar SSD-5

12

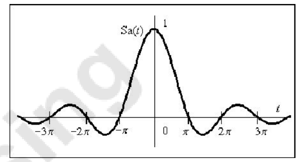
A3. Sinyal/Fungsi Sampling.

- Fungsi Sampling Sa(t), banyak digunakan dalam analisis spektral dan didefinisikan sebagai

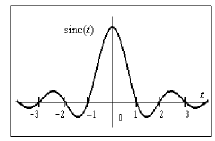
$$Sa(t) = \frac{\sin t}{t}$$

- Gambar SSD-6 menunjukkan fungsi ini. Fungsi lain yang mirip fungsi Sa(t) adalah fungsi sinc(t) yang ditunjukkan pada Gambar SSD-7 dan didefinisikan sebagai

$$\mathrm{sinc}\,(t) = \frac{\sin \pi t}{\pi t} = Sa(\pi t)$$



Gambar SSD-6
Fungsi Sampling



Gambar SSD-7
Fungsi sinc(t)

A4. Fungsi Impuls Satuan

- Sinyal impuls satuan atau disebut juga fungsi delta Dirac atau disingkat fungsi delta δ(t), menempati posisi yang sangat penting dalam analisis sinyal.
- Banyak fenomena fisik seperti sumber titik, muatan titik, beban terkonsentrasi pada struktur, sumber tegangan atau arus yang aktif dalam waktu yang sangat singkat dapat dimodelkan sebagai fungsi delta.
- Secara matematis, fungsi impuls didefinisikan oleh

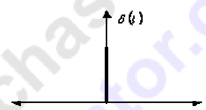
$$\int_{t_1}^{t_2} x(t)\delta(t)dt = x(0) \qquad t_1 < 0 < t_2$$

Fungsi impuls satuan memiliki sifat :

(1) $\delta(0) \rightarrow \infty$

(2) $\delta(t) = 0 \quad , t \neq 0$

(3) $\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t)dt = 1$

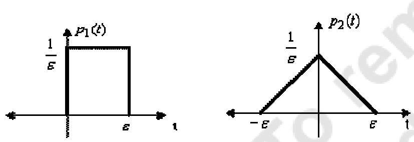


Gambar SSD-8
Fungsi Impuls Satuan

(4). $\delta(t)$ merupakan fungsi genap (simetris), yaitu

$$\delta(t) = \delta(-t)$$

Dalam praktek, fungsi impuls tersebut didekati menggunakan limit dari suatu fungsi konvensional untuk parameter ε mendekati nol. Beberapa contoh dari sinyal ini diberikan pada Gambar SSD-9.



$\delta(t) = \lim_{\varepsilon \to 0} p_1(t)$ $\qquad$ $\delta(t) = \lim_{\varepsilon \to 0} p_2(t)$

Gambar SSD-9
Fungsi Pendekatan untuk Impuls

Sifat – sifat operasi fungsi impuls

(i) Sifat Pergeseran $\int_{t_1}^{t_2} x(t)\delta(t - t_0)dt = \begin{cases} x(t_0) & , t_1 < t_0 < t_2 \\ 0 & , \text{yang lain} \end{cases}$

atau secara umum $x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)\delta(t-\tau)d\tau$

yang menyatakan $x(t)$ sebagai penjumlahan kontinyu impuls berbobot

(ii) Sifat Sampling
Jika $u(t)$ kontinyu di t_0, maka $x(t)\delta(t-t_0) = x(t_0)\delta(t-t_0)$

(iii) Sifat scalling $\delta(at+b) = \frac{1}{|a|}\delta(t+\frac{b}{a})$

Relasi antara $u(t)$ dan $\delta(t)$ diberikan oleh :

$$\frac{d}{dt}u(t) = \delta(t)$$

$$\int_{-\infty}^{t} \delta(\tau)d\tau = u(t)$$

A5. Sinyal Eksponensial Kompleks

- Sinyal eksponensial kompleks memiliki bentuk sebagai berikut :

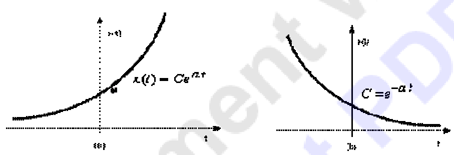
$$x(t) = Ce^{\alpha t}$$

- **dimana C dan α bilangan kompleks**. **Karakteristik sinyal ini bergantung kepada nilai C dan α.**

Kelompok pertama : Jika C dan α besaran riil, maka sinyal tersebut disebut eksponensial riil, dan sinyal tersebut memiliki dua tipe perilaku.

(1) Jika α positif, maka nilai **x(t) membesar secara eksponensial dengan kenaikan**.
Fenomena seperti sinyal ini dapat dijumpai **dalam proses-proses reaksi kimia**.

(2) Jika α negatif, maka nilai x(t) **menurun secara eksponensial**.
Fenomena seperti ini dapat dijumpai pada **proses peluruhan radioaktif, respon rangkaian RC**, **sistem damper mekanik, dan lain-lain. Gambar SSD-10 menunjukkan sinyal jenis ini.**



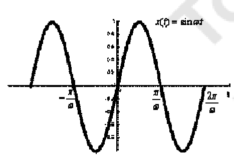
Gambar SSD-10
Sinyal Eksponensial Riil Waktu Kontinyu
(a). α positif (b) α negatif

- **Kelompok ke dua, jika α imajiner murni**, misalkan **sinyal** $x(t) = e^{j\omega t}$. Sifat penting dari sinyal ini adalah **periodik**. Hal ini dapat dicek sebagai berikut, jika x(t) periodik dengan periode T maka harus berlaku

$$x(t) = x(t+T) \quad \leftrightarrow \quad e^{j\omega t} = e^{j\omega(t+T)}$$

- Karena $e^{j\omega(t+T)} = e^{j\omega t}e^{j\omega T}$ maka $e^{j\omega T} = 1$ dimana $T = \dfrac{2\pi}{|\omega|}$

- Jadi sinyal $e^{j\omega t}$ dan sinyal $e^{j\omega t}$ keduanya memiliki perioda fundamental yang sama. **Sinyal yang memiliki relasi sangat dekat dengan sinyal** $e^{j\omega t}$ **adalah sinyal** $x(t) = A\sin(\omega t + \phi)$ **seperti yang ditunjukkan pada Gambar SSD-11.**



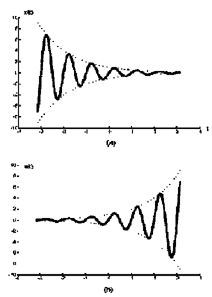
Gambar SSD-11
Sinyal Sinusoida Waktu Kontinyu

- **Kelompok ketiga dari sinyal ini adalah jika C dan α bernilai kompleks**,
jika $C = a + jb = |C|e^{j\theta}$ dan $\alpha = r + j\omega$.
Sinyal ini merupakan gabungan dari dua sinyal sebelumnya (sinyal eksponensial dan sinuoidal), maka:

$$x(t) = Ce^{\alpha t} = |C|e^{j\theta}e^{(r+j\omega)t}$$
$$= |C|e^{rt}\{\cos(\omega t + \theta) + j\sin(\omega t + \theta)\}$$

Karakteristik sinyal yang diberikan oleh Persamaan di atas bergantung kepada r , yaitu bagian riil dari **α**.

- **Jika r<0, maka sinyal tersebut merupakan sinyal *sinusoida teredam***
- **Jika r=0, maka sinyal tersebut merupakan sinyal *sinusoida***
- **Jika r>0, maka sinyal tersebut merupakan sinyal sinusoida yang membesar**



Gambar SSD-12 Sinyal $x(t) = |C|e^{j\theta}e^{(r+j\omega)t}$
a) r<0 dan b) r>0

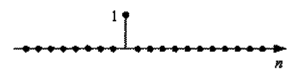
B. Sinyal Dasar Waktu Diskrit

- Ada beberapa sinyal dasar waktu diskrit yang banyak digunakan dalam praktek yaitu, unit impuls, unit step dan eksponensial kompleks

B1. Fungsi Impuls dan Fungsi Tangga Satuan

- Fungsi impuls untuk sinyal waktu diskrit ditunjukkan pada Gambar SSD-13 dan didefinisikan sebagai

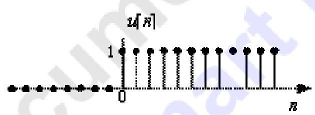
$$\delta[n] = \begin{cases} 1 & , n = 0 \\ 0 & , n \neq 0 \end{cases}$$



Gambar SSD-13
Fungsi Impuls Satuan Waktu Diskrit

- Sedangkan fungsi tangga satuan yang ditunjukkan pada Gambar SSD-14 didefinisikan sebagai berikut :

$$u[n] = \begin{cases} 1 & , n \geq 0 \\ 0 & , n < 0 \end{cases}$$



Gambar SSD-14
Fungsi Tangga Satuan Waktu Diskrit

- Fungsi impuls dan tangga waktu diskrit memiliki sifat-sifat yang mirip dengan fungsi waktu kontinyu.

Sebagai contoh

a. Pengurangan fungsi tangga satuan menghasilkan fungsi impuls adalah : $u[n] - u[n-1] = \delta[n]$

b. Penjumlahan fungsi impuls menghasilkan fungsi tangga satuan

$$\sum_{k=-\infty}^{n} \delta[k] = \begin{cases} 1, & n \geq 0 \\ 0, & n < 0 \end{cases} = u[n]$$

Atau $\sum_{k=0}^{\infty} \delta[n-k] = u[n]$

- Demikian juga sembarang sinyal waktu diskrit dapat dinyatakan dalam bentuk penjumlahan impuls berbobot

$$x[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]\delta[n-k]$$

B2. Sekuen Eksponensial

Sekuen eksponensial kompleks waktu diskrit diberikan oleh :

$$x[n] = C\alpha^{n}$$

Dimana C dan α , secara umum adalah bilangan kompleks. Fungsi ini analog dengan fungsi eksponensial kompleks waktu kontinyu . **Jika C dan α bilangan riil, maka karakteristik sinyal tersebut bergantung kepada |α| .**

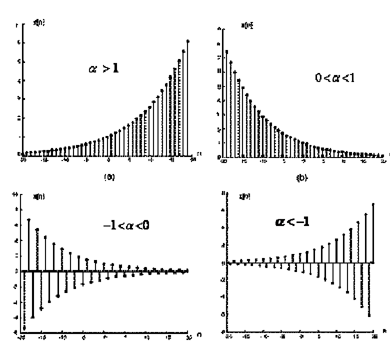
- o Jika |**α**|>1, maka sinyal $x[n]$ merupakan eksponensial membesar,
- o Jika |**α**|=1, maka sinyal tersebut konstan,
- o Jika |**α**|<1, maka sinyal $x[n]$ merupakan eksponensial menurun,

Gambar SSD-15 menunjukkan sinyal eksponensial tersebut.

Gambar SSD-15

Sinyal

$x[n] = C\alpha^{n}$



Kelompok sinyal berikutnya adalah kelompok sinyal dimana baik C maupun a merupakan bilangan kompleks. Jika C dan a ditulis dalam bentuk polar :

$$C = |C|e^{j\theta} \text{ dan } \alpha = |\alpha|e^{j\Omega_0}$$

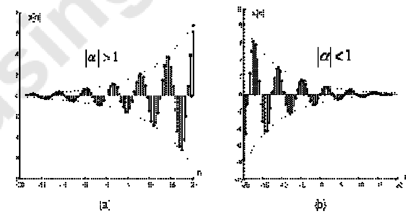
maka

$$x[n] = C\alpha^n$$
$$x[n] = |C|e^{j\theta}|\alpha|^n e^{j\Omega_0 n}$$
$$x[n] = |C||\alpha|^n\{\cos(\Omega_0 n + \theta) + j\sin(\Omega_0 n + \theta)\}$$

Untuk $|\alpha| = 1$, $x[n]$ merupakan sekuen sinusoida. sedangkan jika $|\alpha| < 1$, $x[n]$ sinusoida teredam, dan jika $|\alpha| > 1$, $x[n]$ merupakan sinusoida yang membesar (Gambar SSD-16).

31

Gambar SSD-16. Sinyal $x[n] = |C|e^{j\theta}|\alpha|^n e^{j\Omega_0 n}$



32

Tugas :

- Gambarkan sinyal berikut dari t=0 s/d t=10

$$a)\quad x_a(t) = -1.2u(t-5)$$
$$b)\quad x_b(t) = -1.1u(2-t)$$
$$c)\quad x_c(t) = 1.8r(t-5)$$
$$d)\quad x_d(t) = u(t) - 1.8(t-5)$$
$$e)\quad x_e(t) = -u(t) + 1.8r(t-5) - 1.8r(r-8)$$
$$f)\quad x_f(t) = -2u(t-2) + 3u(t-8)$$

33